

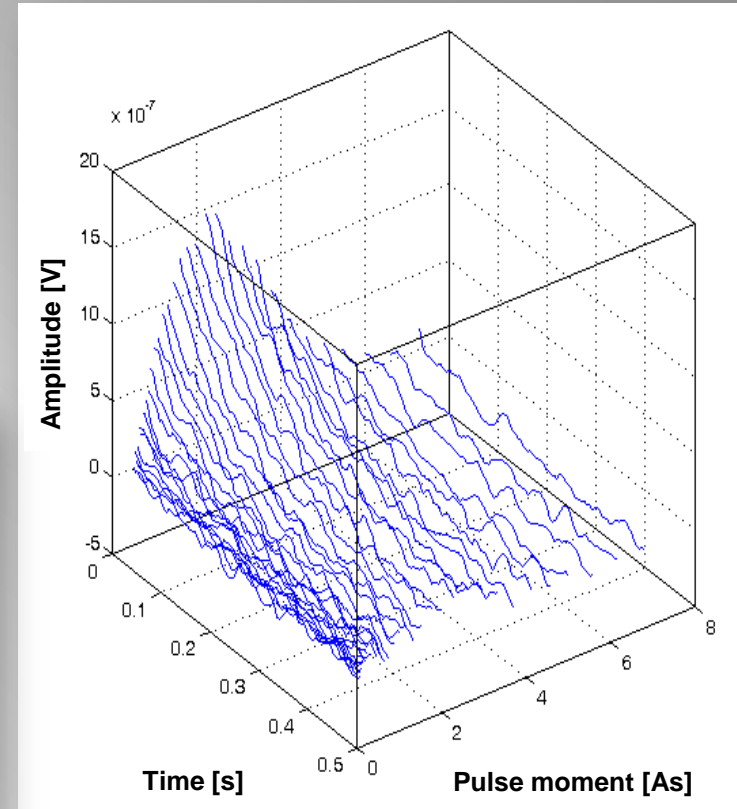
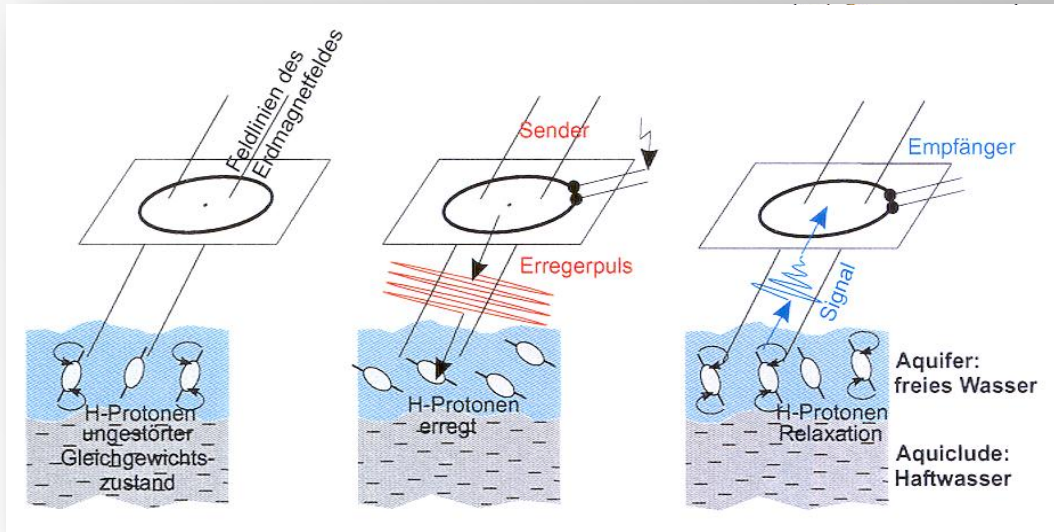
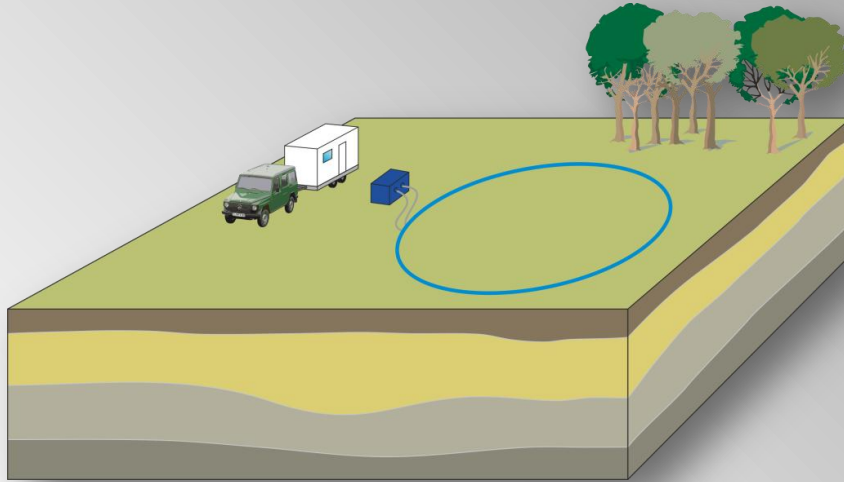
Magnetische Resonanz Sondierung zur Parametrisierung der kapillaren Aufstiegszone

Stephan Costabel¹, Thomas Günther²

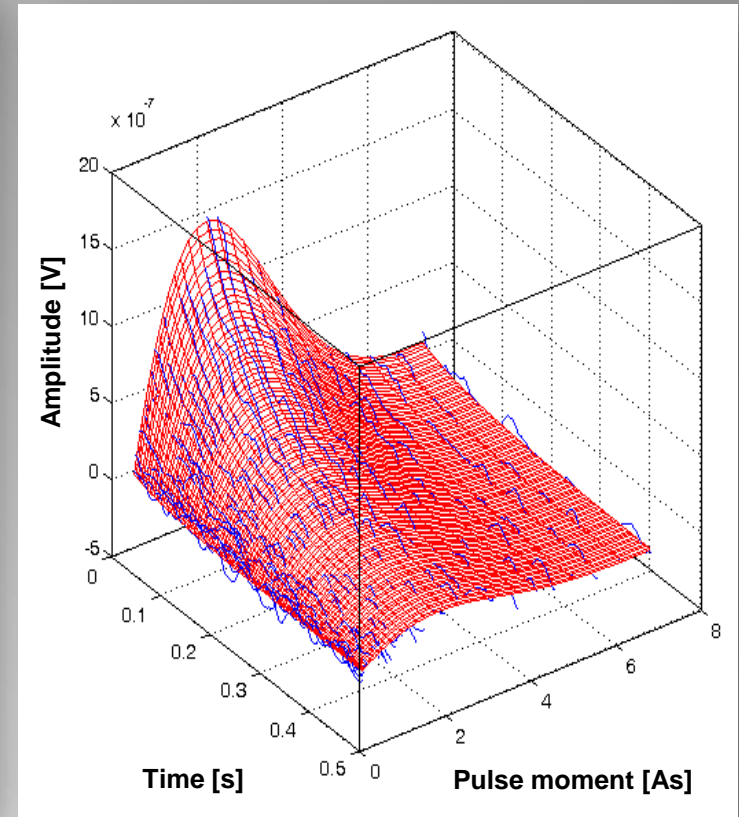
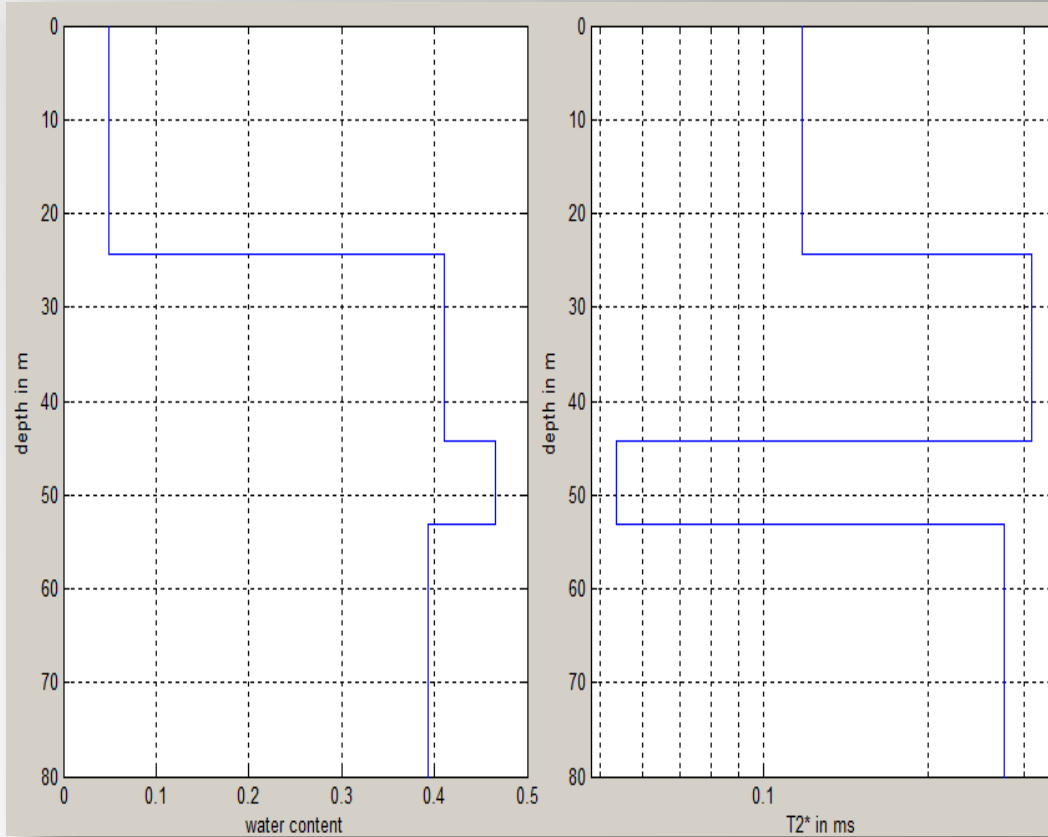
¹Bundesanstalt für Geowissenschaften und Rohstoffe,

²Leibniz-Institut für Angewandte Geophysik

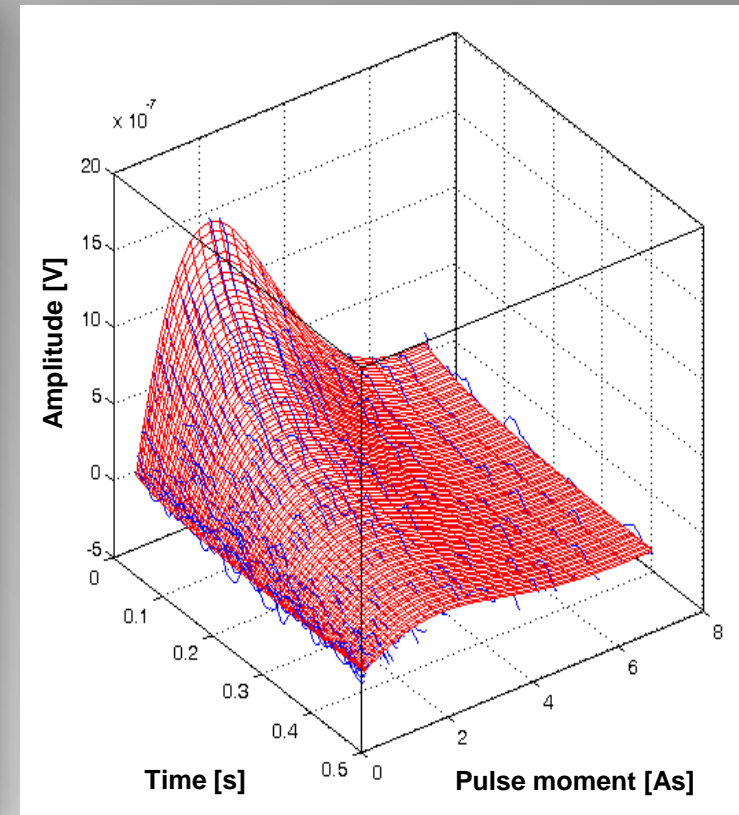
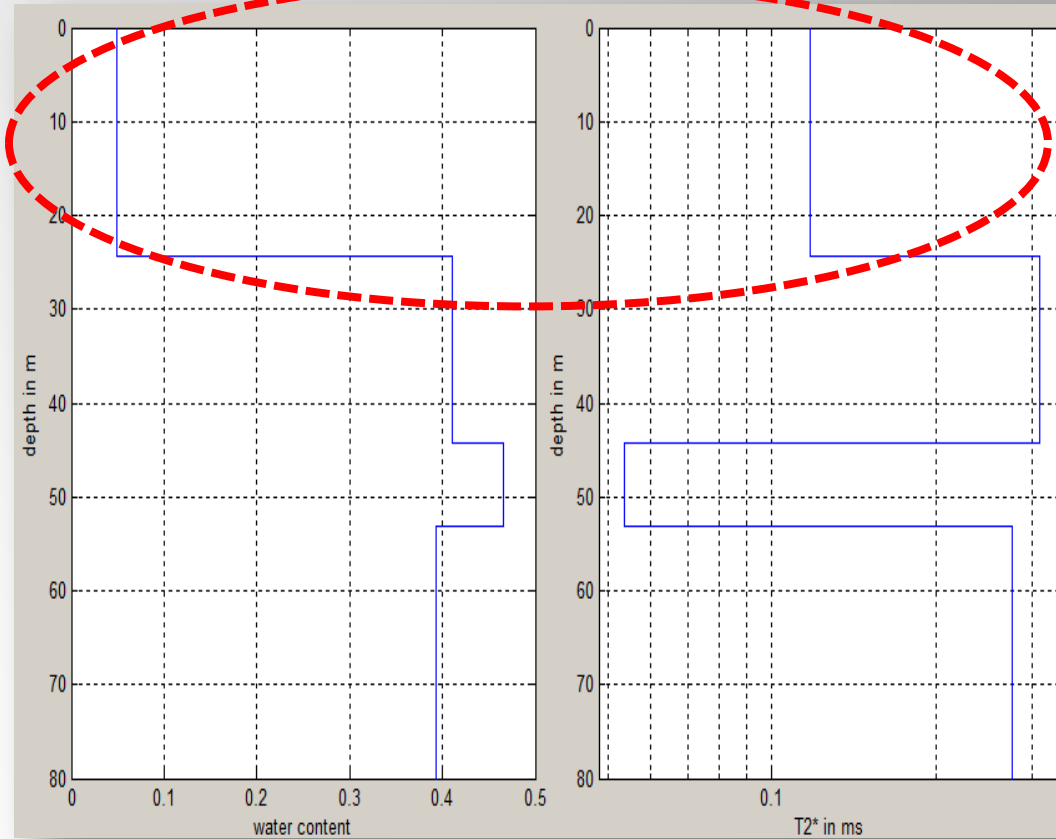
Motivation



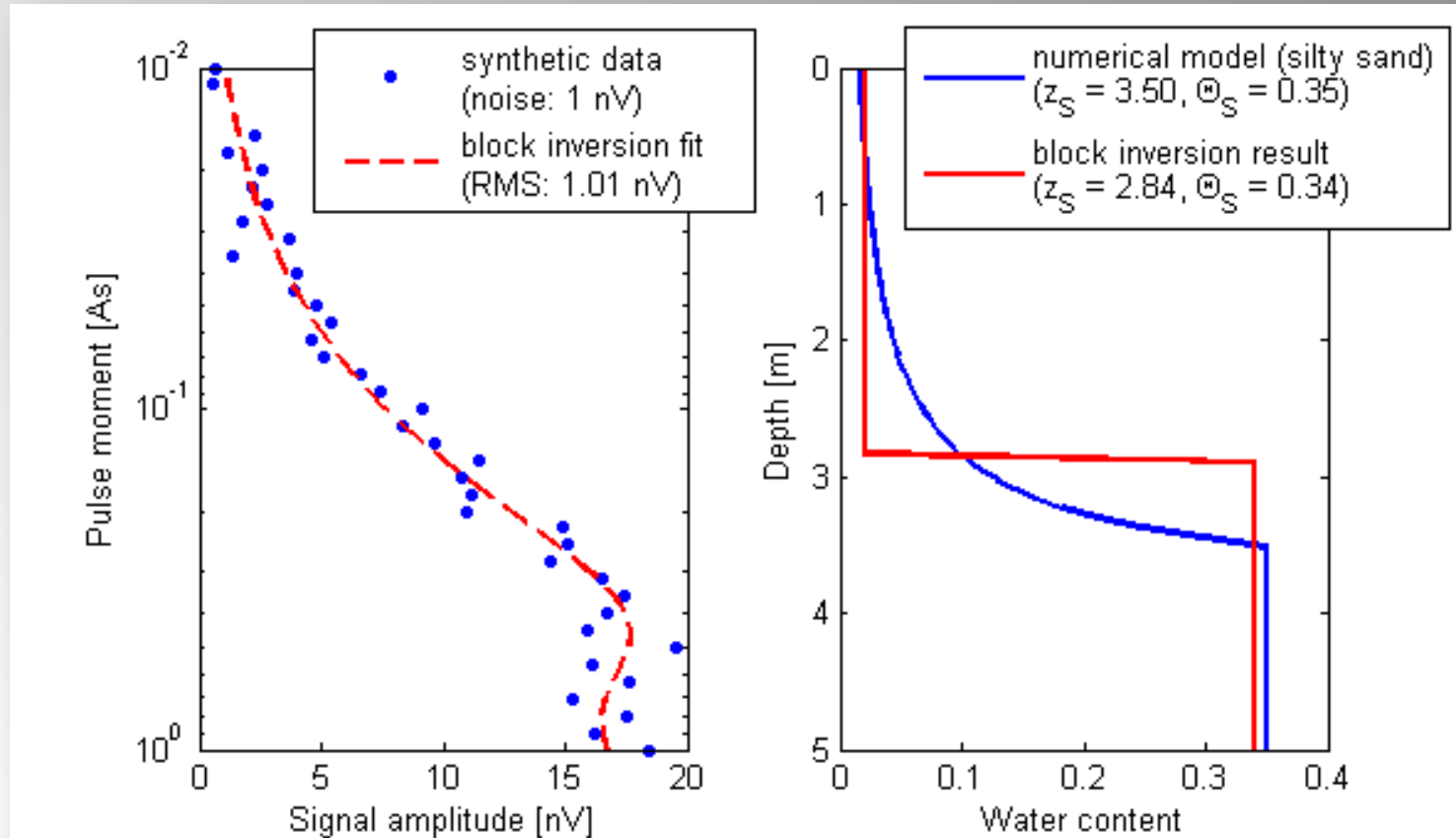
Motivation



Motivation



Vernachlässigung der kapillaren Aufstiegszone



Konkrete Zielstellungen

- 1) **Physikalisch plausible Berücksichtigung der kapillaren Aufstiegszone => verbesserte Bestimmung von Porosität und z_s , d.h. Tiefe der gesättigten Zone?**
- 2) **Abschätzung der relativen hydraulischen Leitfähigkeit \Leftrightarrow Plausibilität der invertierten Parameter aus hydrologischer Sicht?**

Wasserretentionsmodelle

$$S_E = \frac{\Theta - \Theta_R}{\Theta_S - \Theta_R}$$

Brooks and Corey (1964):

$$\Theta_{CFP}(z) = \begin{cases} \Theta_R + (\Theta_S - \Theta_R) \left| \frac{h_0}{h} \right|^\lambda & (|h_0| < |h|) \\ \Theta_S & (|h_0| \geq |h|) \end{cases} \quad \longrightarrow \quad \frac{K_U}{K_S} = S_E^{2/\lambda + 2.5}$$

Van Genuchten (1980):

$$\Theta_{CFP}(z) = \begin{cases} \Theta_R + (\Theta_S - \Theta_R) \frac{1}{(1 + |\frac{h}{h_0}|^n)^m} & (h < 0) \\ \Theta_S & (h \geq 0) \end{cases} \quad \longrightarrow \quad \frac{K_U}{K_S} = \sqrt{S_E} \left[1 - \left(1 - S_E^{1/m} \right)^m \right]^2$$

with $m = 1 - \frac{1}{n}$

Kosugi (1996):

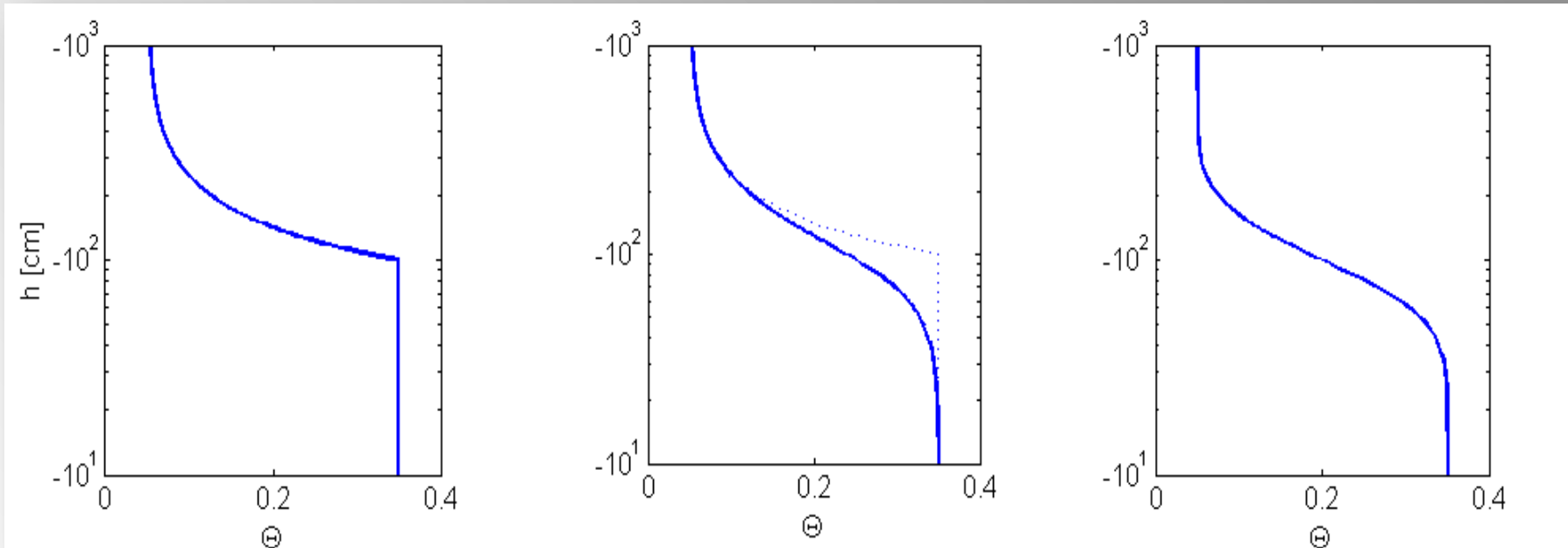
$$\Theta_{CFP}(z) = \begin{cases} \Theta_R + (\Theta_S - \Theta_R) \frac{1}{2} \operatorname{erfc} \left(\frac{\ln \left(\frac{h}{h_0} \right)}{\sqrt{2}\sigma} \right) & (h < 0) \\ \Theta_S & (h \geq 0) \end{cases} \quad \longrightarrow \quad \frac{K_U}{K_S} = \sqrt{S_E} \left[\frac{1}{2} \operatorname{erfc} \left(\frac{\ln \left(\frac{h}{h_0} \right)}{\sqrt{2}\sigma} + \frac{\sigma}{\sqrt{2}} \right) \right]^2$$

Wasserretentionsmodelle

Brooks & Corey

van Genuchten

Kosugi



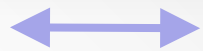
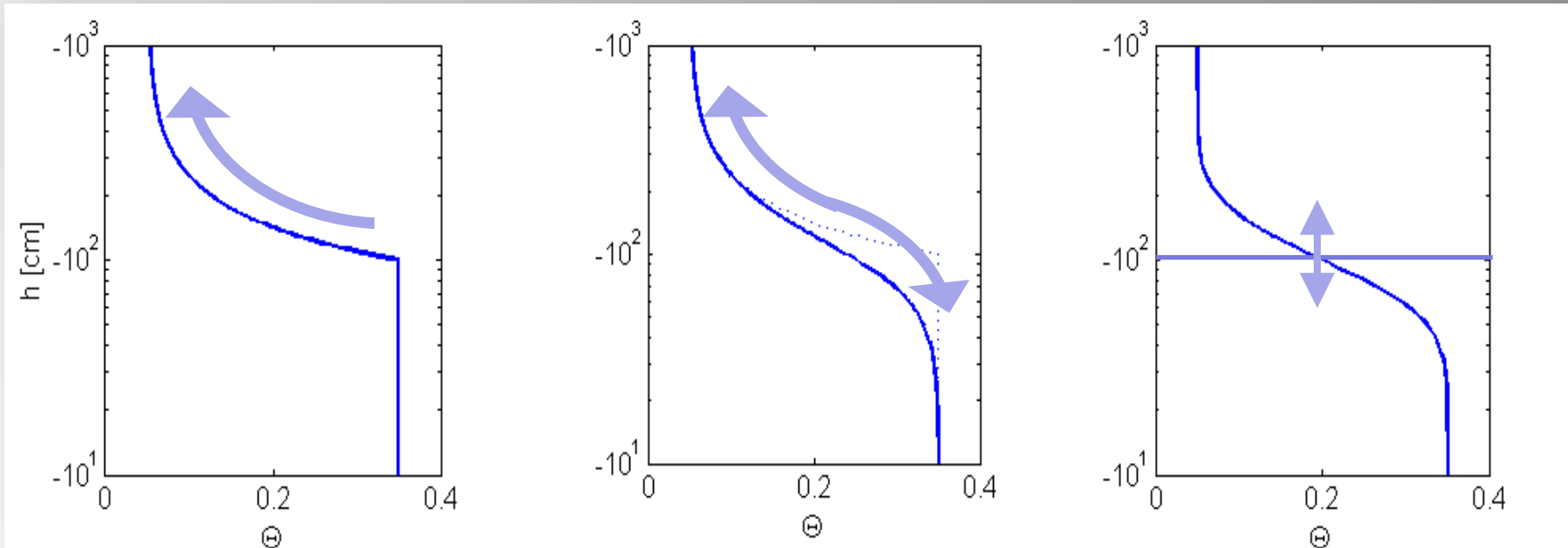
- Ungesättigter Kapillarsaum im Gleichgewicht: Höhe über dem Grundwasserspiegel entspricht Kapillardruckhöhe h

Wasserretentionsmodelle

Brooks & Corey

van Genuchten

Kosugi



Distributionsindex

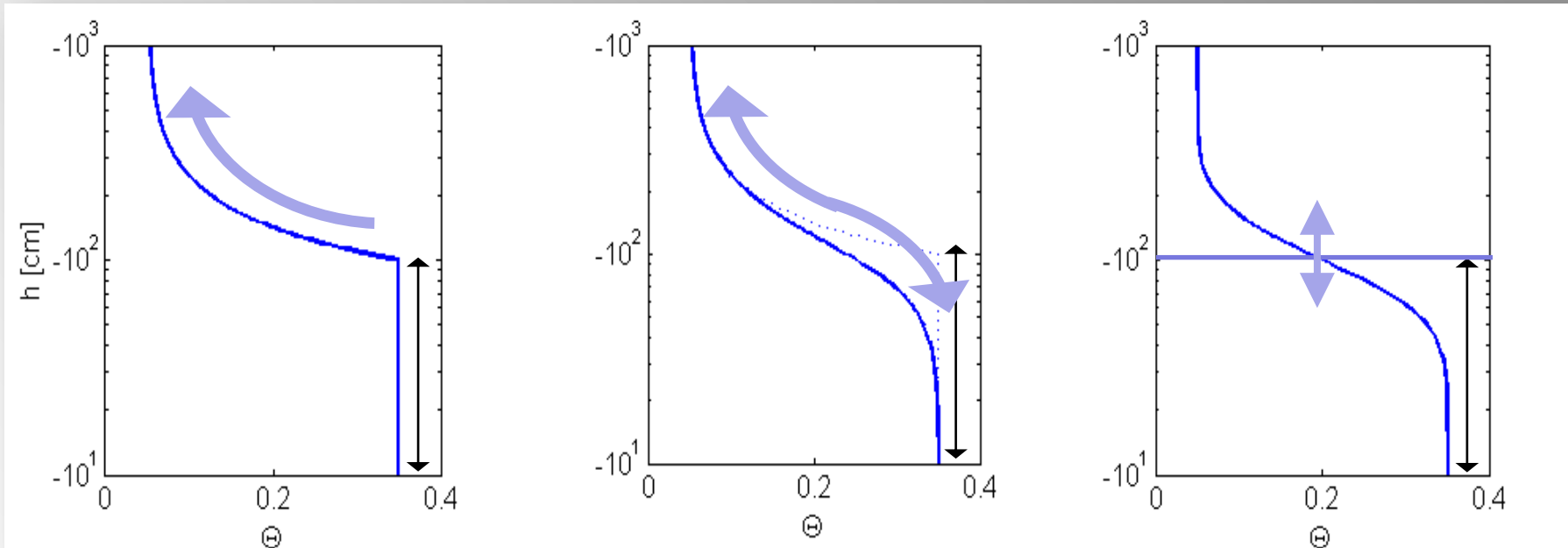
➤ Ungesättigter Kapillarsaum im Gleichgewicht: Höhe über dem Grundwasserspiegel entspricht Kapillardruckhöhe h

Wasserretentionsmodelle

Brooks & Corey

van Genuchten

Kosugi



Distributionsindex



h_0 - Abstand zu $h = 0$

➤ Ungesättigter Kapillarsaum im Gleichgewicht: Höhe über dem Grundwasserspiegel entspricht Kapillardruckhöhe h

Umformulierung des MRS Vorwärtsoperators

➤ MRS Vorwärtsproblem:

$$E_0(q) = \int_z \kappa_{1D}(q, z) \Theta_{CFP}(z) dz$$

$$\Theta_{CFP}(z) = \begin{cases} \Theta_R + (\Theta_S - \Theta_R) f(h) & (z < z_{table} \text{ with } h = z - z_{table}) \\ \Theta_S & (z \geq z_{table}) \end{cases}$$

➤ Parametersuche, Least-Square Kriterium

➤ Inversion mit GIMLI (Günther, 2009):

- Parametergrenzen mithilfe der Cotangens-Transformation
- Hauptdiagonale der Covarianzmatrix als Fehlermaß

CV-Inversionsansatz zur 1. Zielstellung

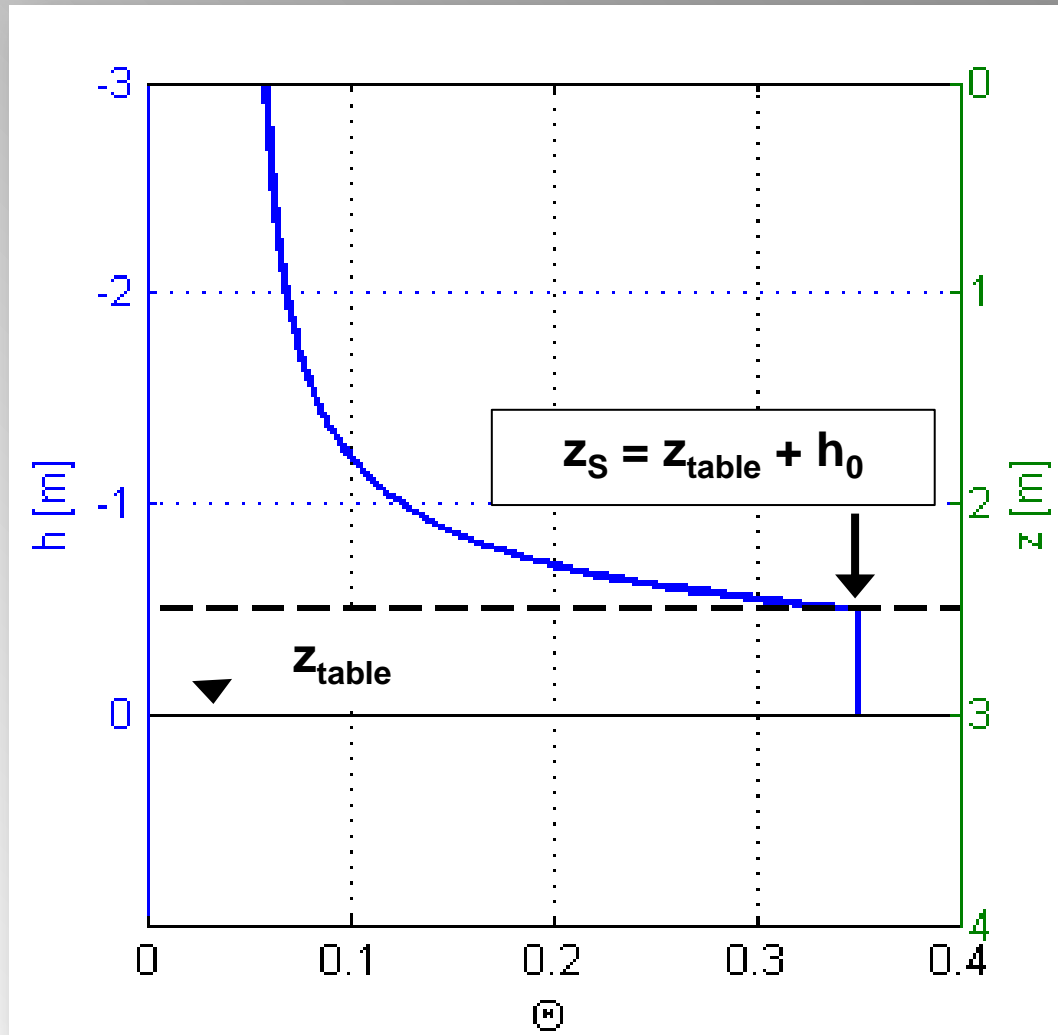
➤ Ansatz 1:

- z_{table} unbekannt

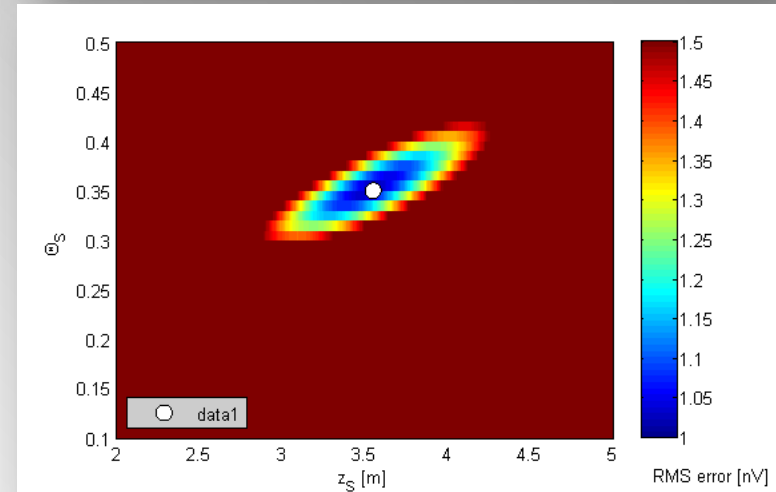
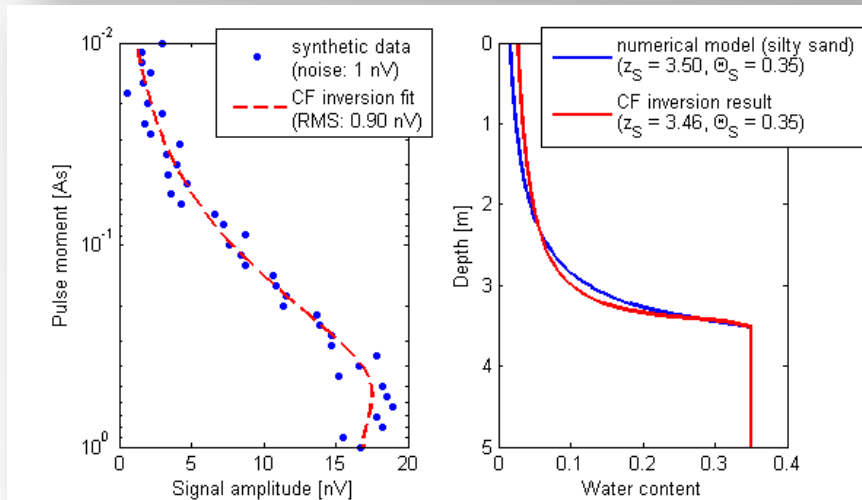
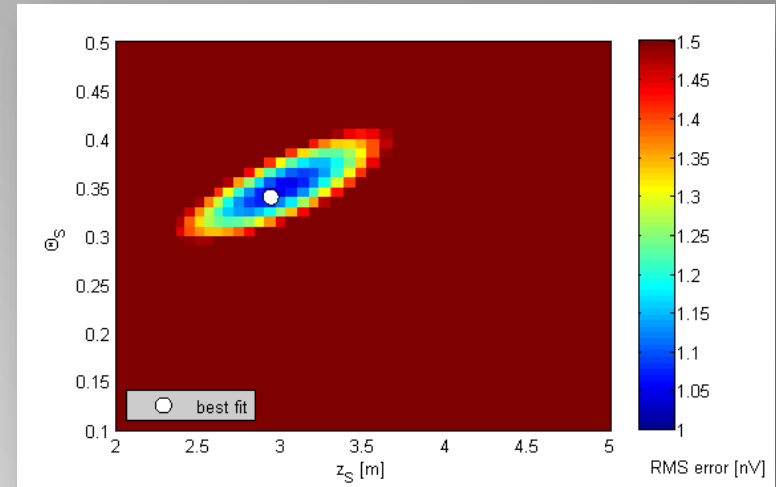
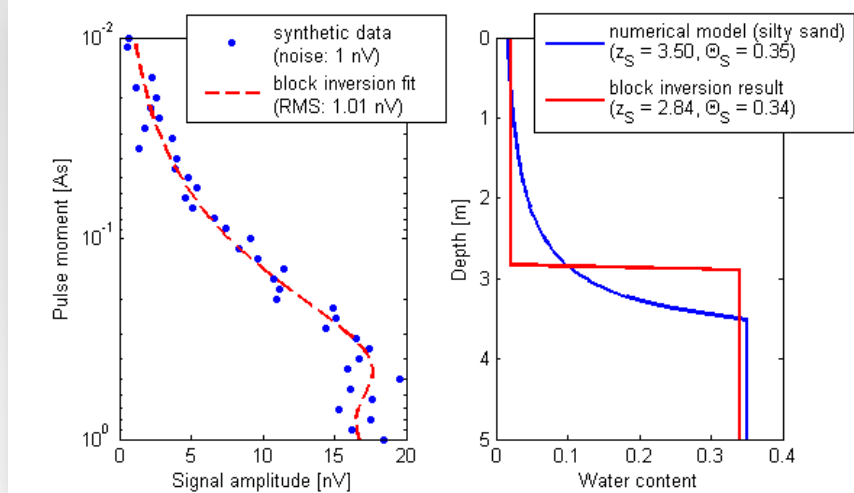
- h_0 festgelegt

-Inversion auf $\Theta_R, \Theta_S,$

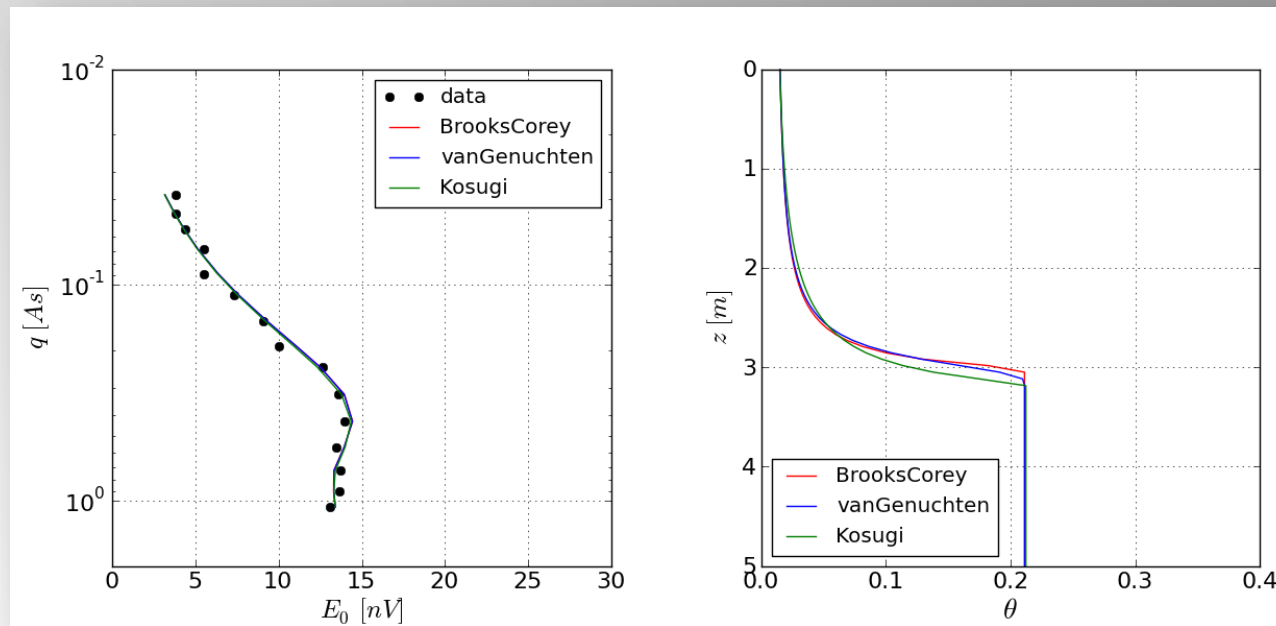
z_S und Distr. index



CF-Inversion, synthetisches Datenbeispiel

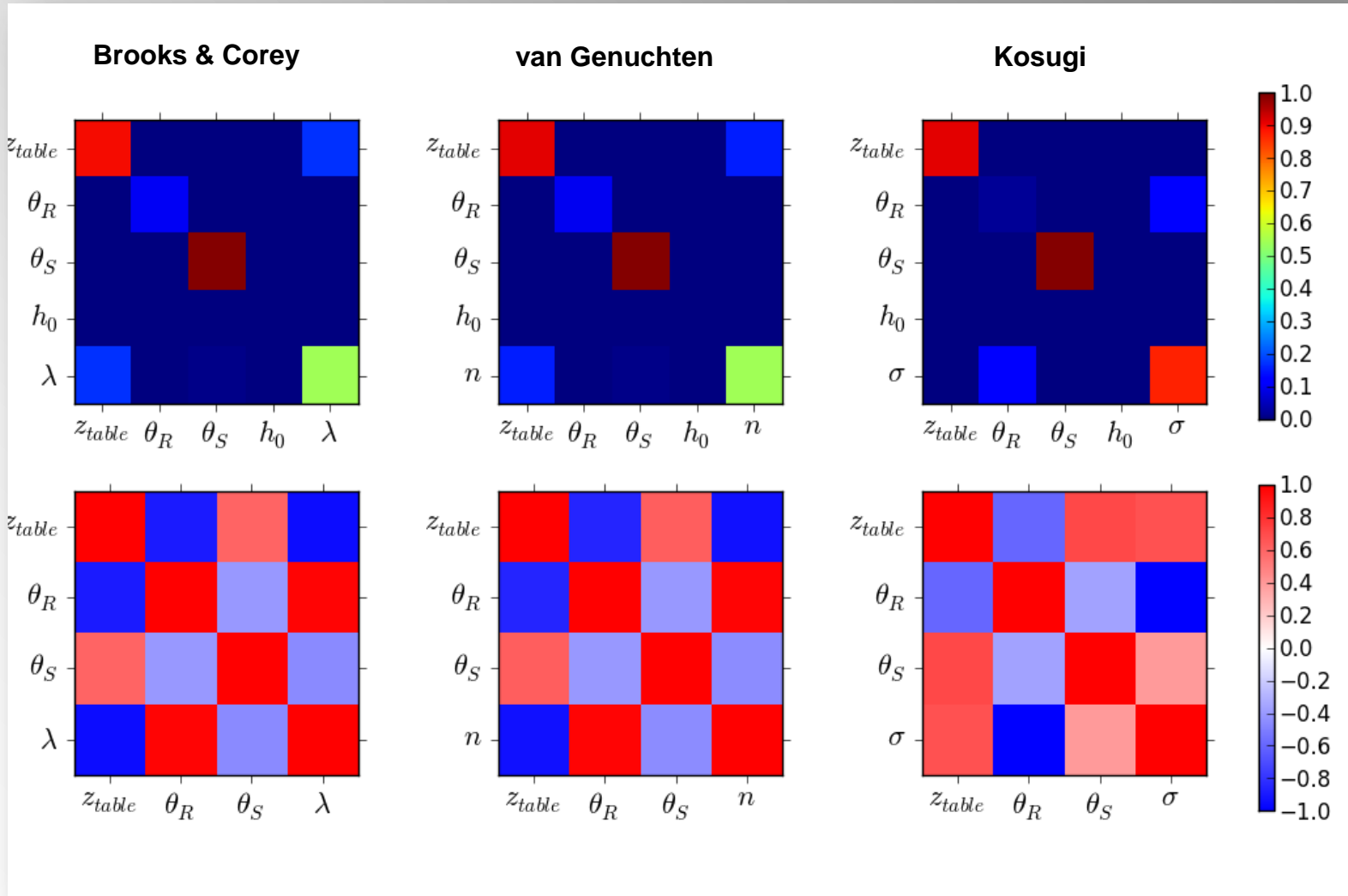


CF-Inversion, reales Datenbeispiel, Fuhrberger Feld



Parameter	MRS(Brooks & Corey)	MRS (van Genuchten)	MRS (Kosugi)	Sample (van Genuchten)
Z_{table} [m]	3.21 ± 0.57	3.15 ± 0.47	3.18 ± 0.25	3.0
Θ_R [%]	1.1 ± 4.5	1.1 ± 4.4	1.0 ± 7.1	5
Θ_S [%]	21.1 ± 0.6	21.1 ± 0.6	21.2 ± 0.7	38
h_0 [m]	0.2	0.2	0.2	0.25
Distribution index	1.4 ± 4.7	2.4 ± 4.6	1.4 ± 2.9	2.8

CF-Inversion, reales Datenbeispiel, Fuhrberger Feld



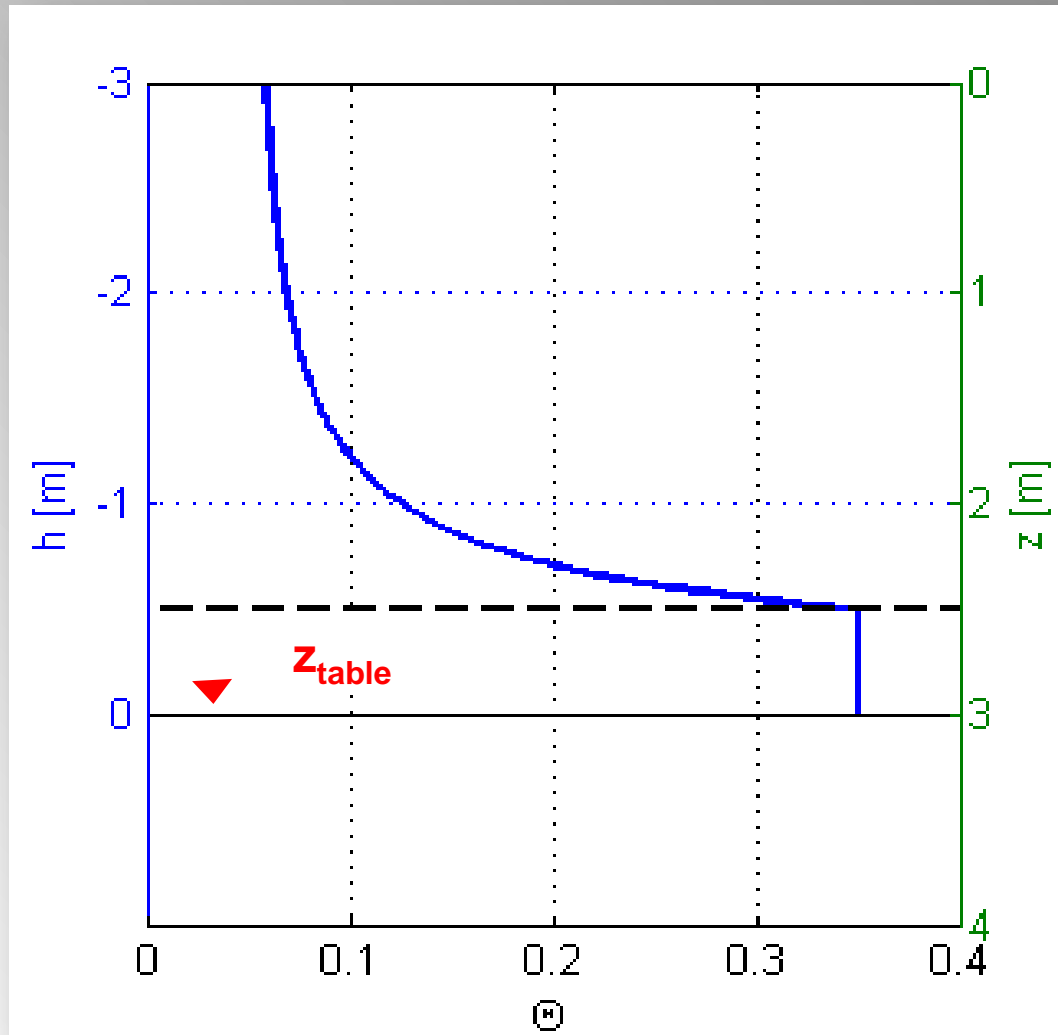
CV-Inversionsansatz zur 2. Zielstellung

➤ Ansatz 2:

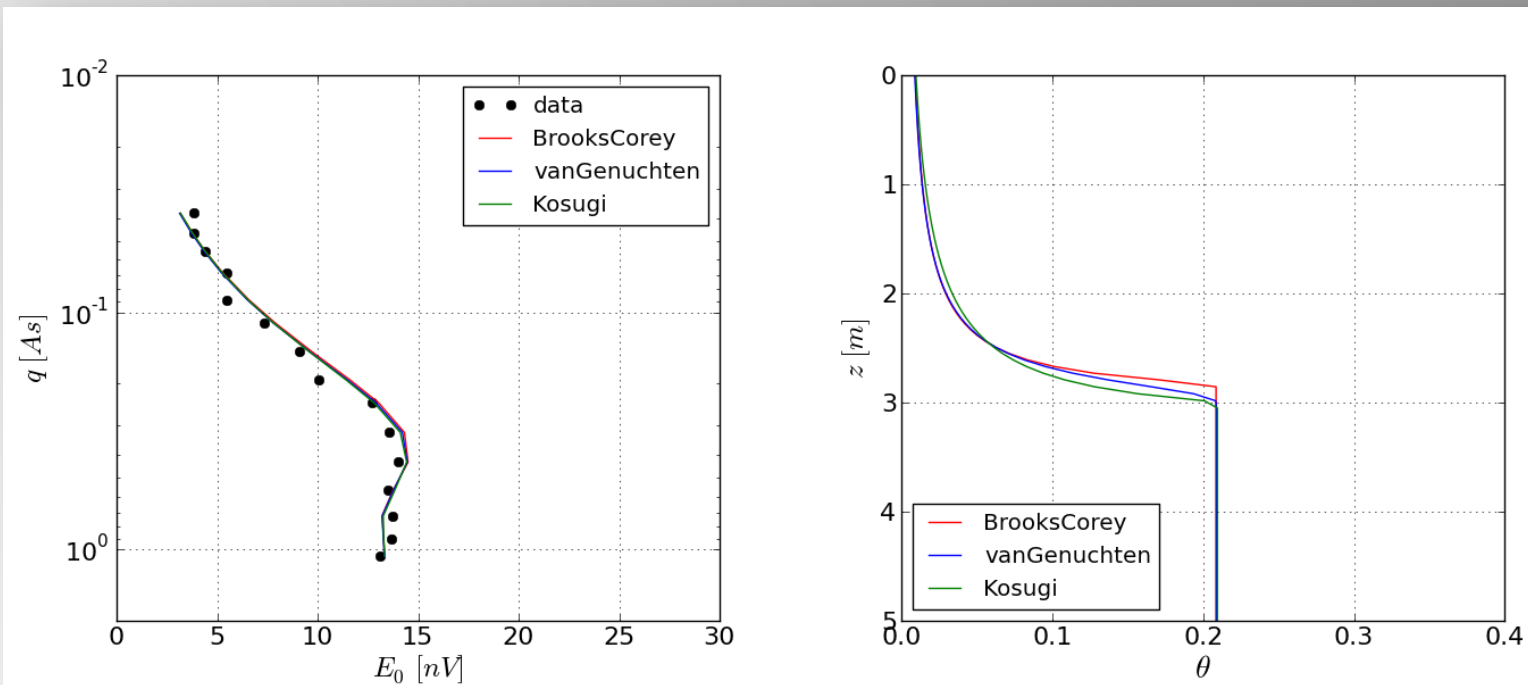
- z_{table} bekannt

- Θ_R festgelegt auf 0

-Inversion auf Θ_s , h_0
und Distributionsindex



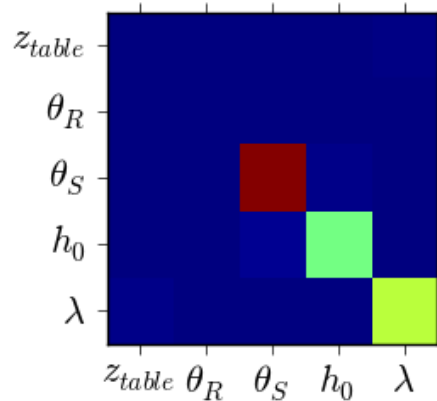
CF Inversion zur WRF-Parameterabschätzung, Feldbeispiel Fuhrberger Feld



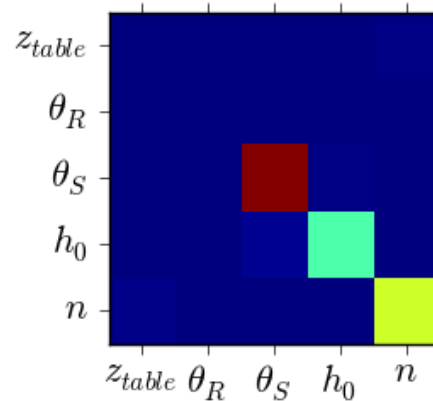
Parameter	MRS (Brooks & Corey)	MRS (van Genuchten)	MRS (Kosugi)	Sample (van Genuchten)
Θ_s [%]	20.9 ± 0.5	20.9 ± 0.05	20.9 ± 0.05	38
h_0 [m]	0.17 ± 0.16	0.19 ± 0.23	0.22 ± 0.21	0.25
Distribution index	1.1 ± 0.7	2.2 ± 0.9	1.5 ± 0.7	2.8

CF Inversion zur WRF-Parameterabschätzung, Feldbeispiel Fuhrberger Feld

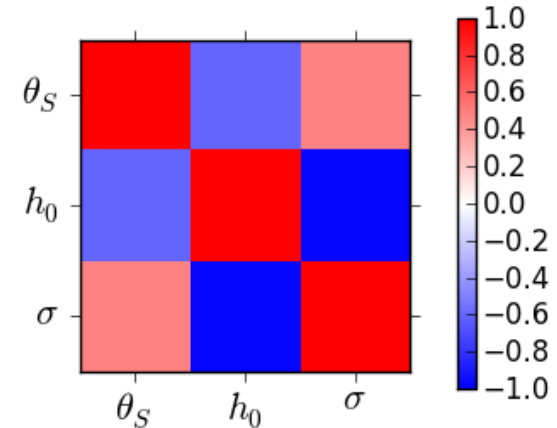
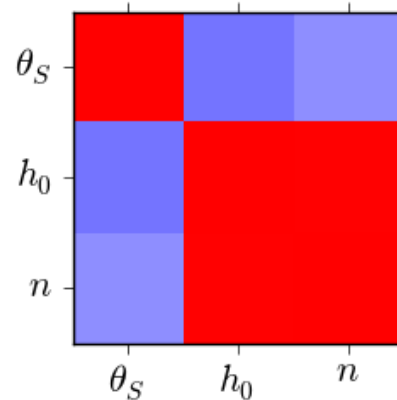
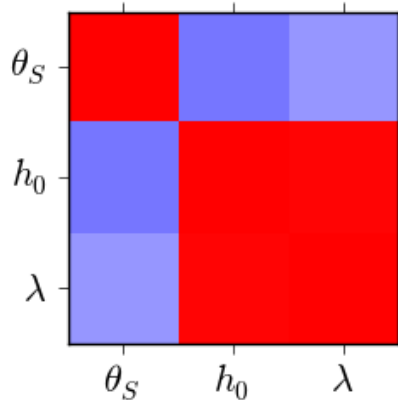
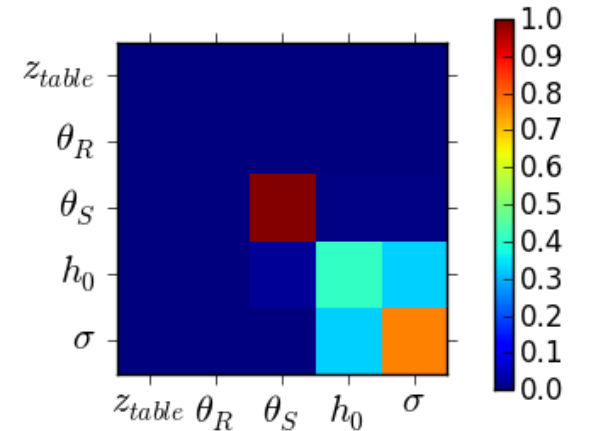
Brooks & Corey



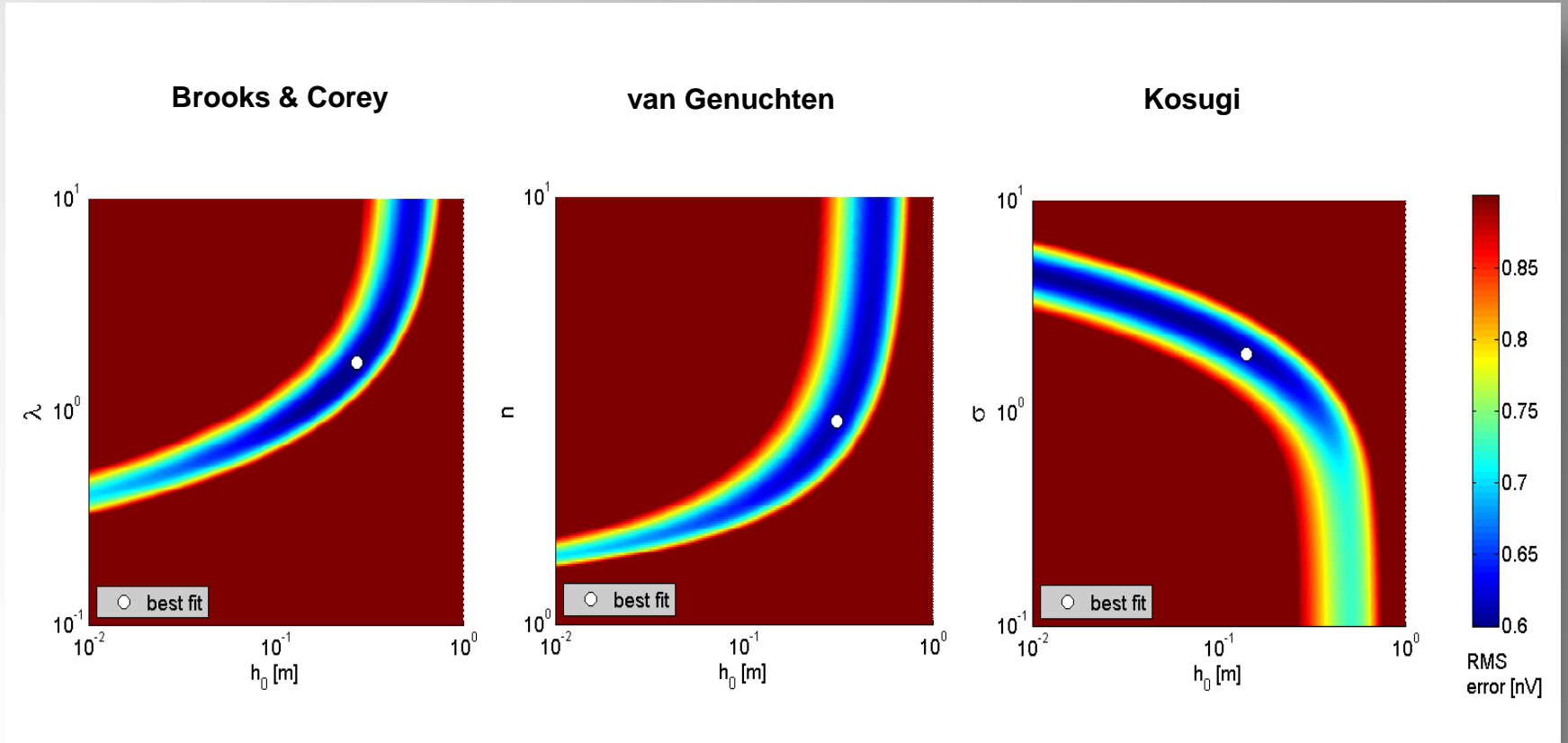
van Genuchten



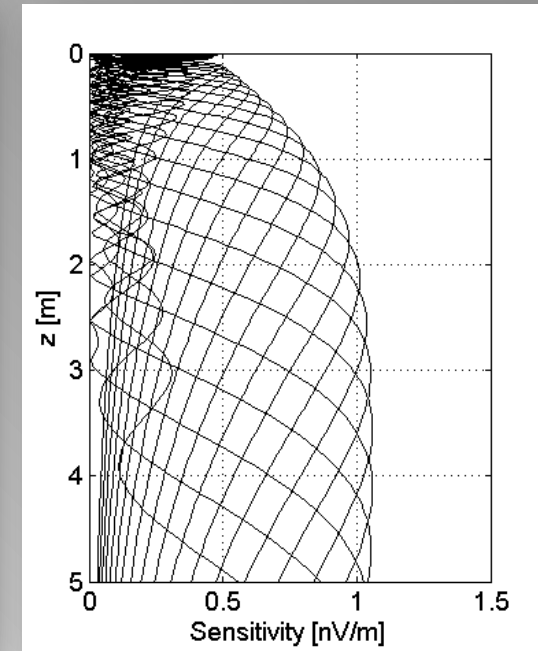
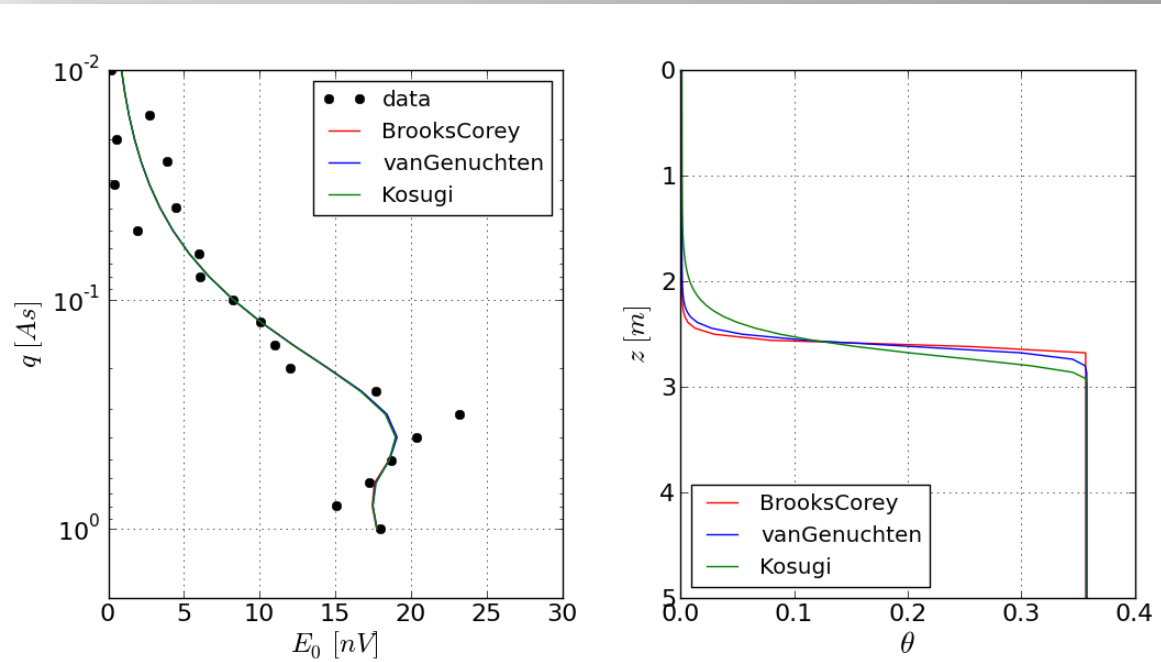
Kosugi



CF Inversion zur WRF-Parameterabschätzung, Feldbeispiel Fuhrberger Feld

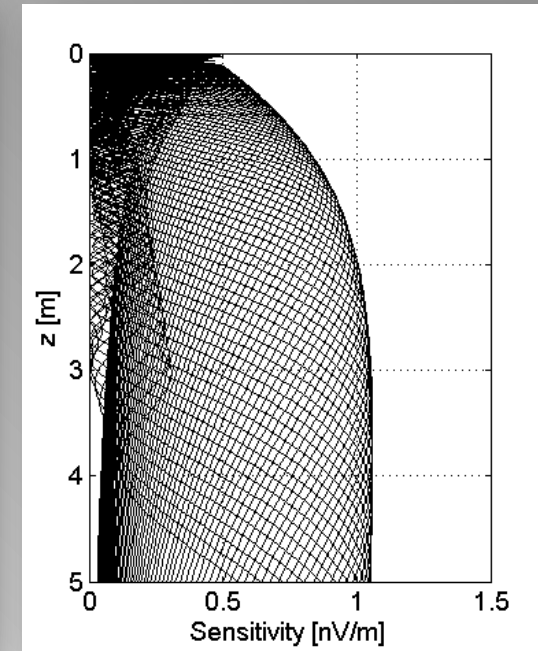
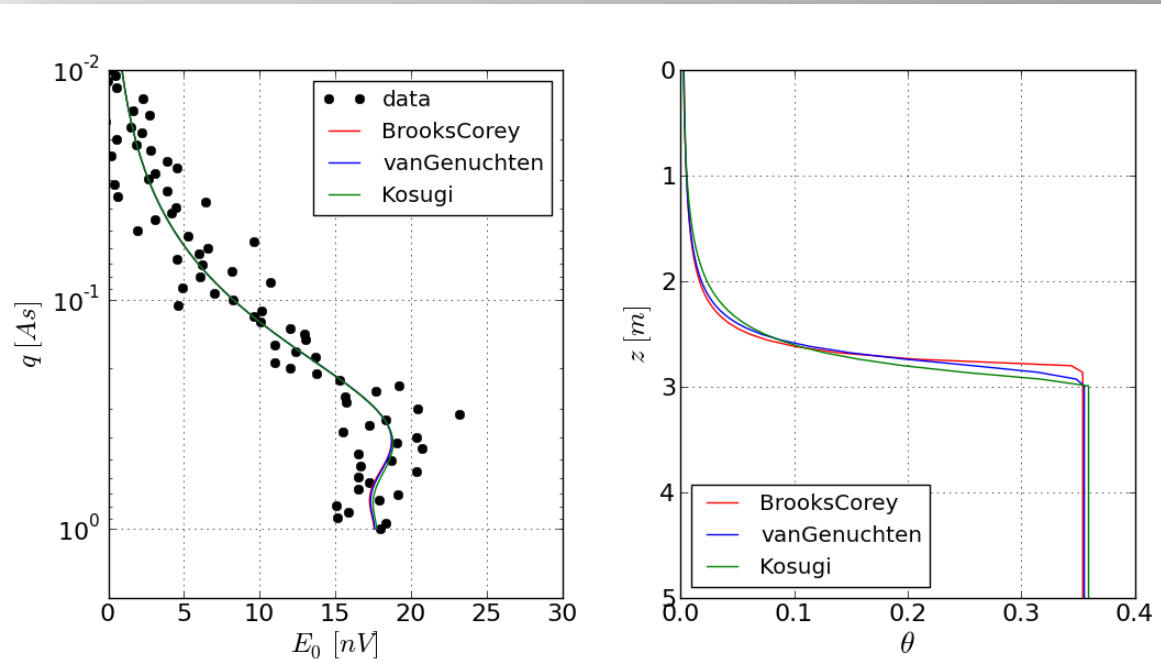


CF Inversion zur WRF-Parameterabschätzung,



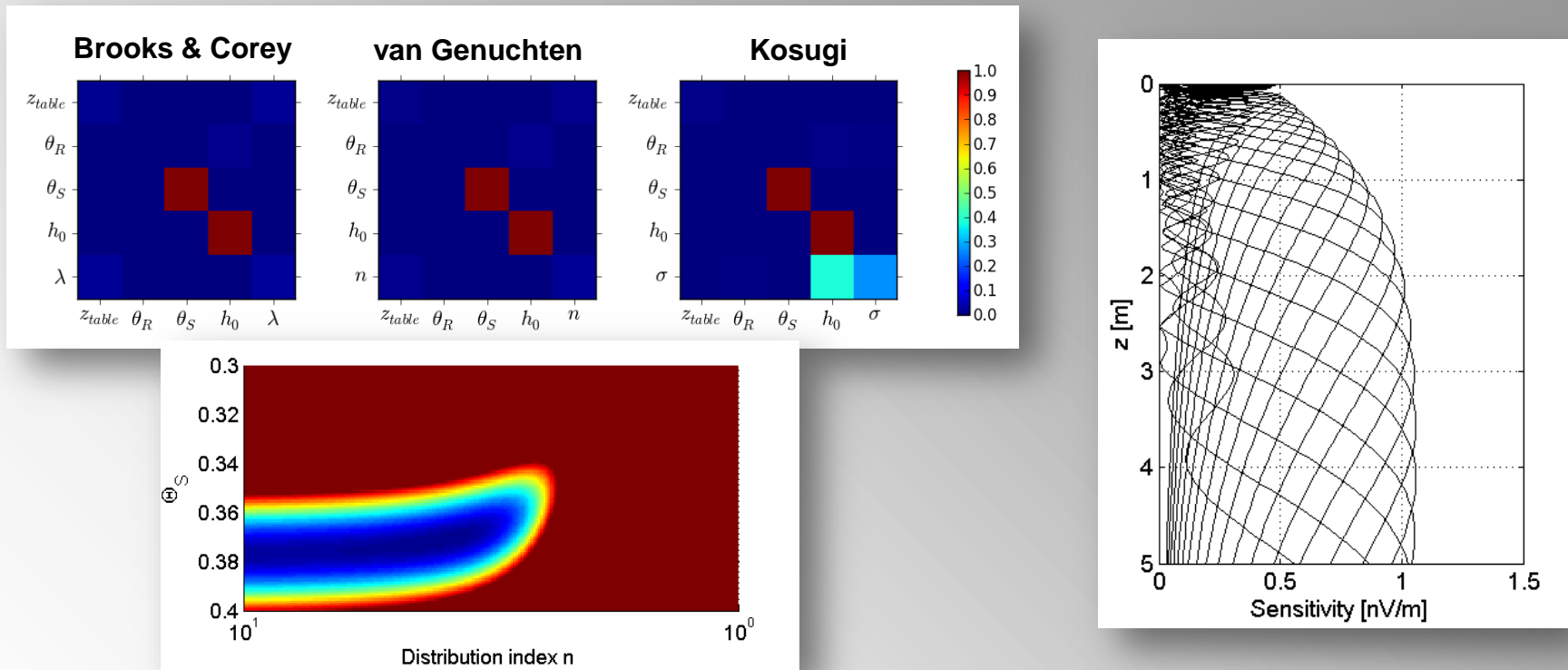
Parameter	MRS (Brooks & Corey)	MRS (van Genuchten)	MRS (Kosugi)	Sample (van Genuchten)
Θ_S [%]	35.7 ± 0.4	35.8 ± 0.4	35.9 ± 0.4	35
h_0 [m]	0.4 ± 1.7	0.4 ± 0.3	0.3 ± 0.1	0.25
Distribution index	8 ± 209	8 ± 51	0.5 ± 0.4	3.0

CF Inversion zur WRF-Parameterabschätzung



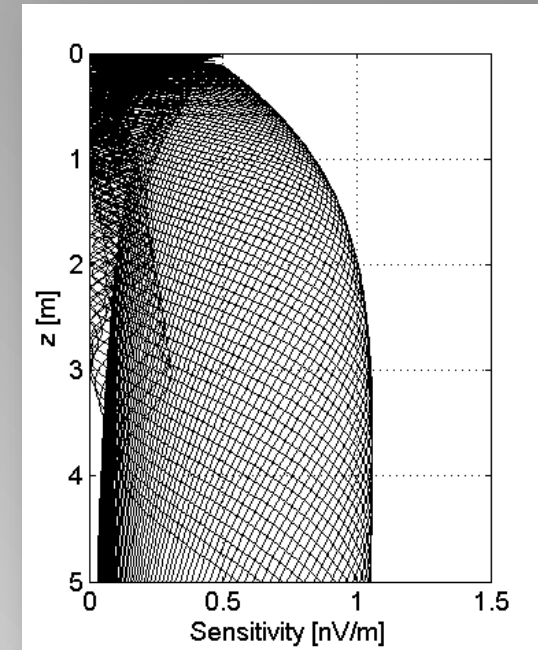
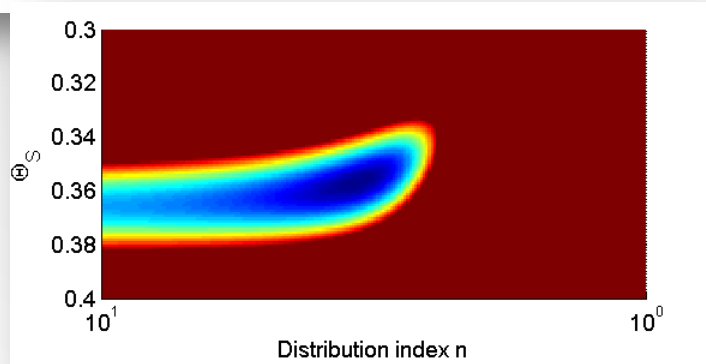
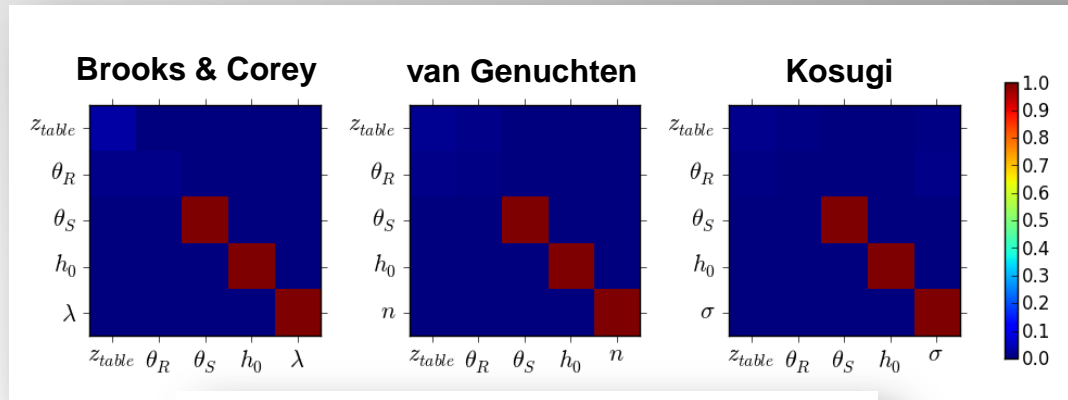
Parameter	MRS (Brooks & Corey)	MRS (van Genuchten)	MRS (Kosugi)	Sample (van Genuchten)
Θ_s [%]	35.4 ± 0.2	35.5 ± 0.2	35.9 ± 0.2	35
h_0 [m]	0.20 ± 0.01	0.24 ± 0.02	0.22 ± 0.01	0.25
Distribution index	1.9 ± 0.1	3.1 ± 0.1	1.0 ± 0.0	3.0

CF Inversion zur WRF-Parameterabschätzung



Parameter	MRS (Brooks & Corey)	MRS (van Genuchten)	MRS (Kosugi)	Sample (van Genuchten)
Θ_S [%]	35.7 ± 0.4	35.8 ± 0.4	35.9 ± 0.4	35
h_0 [m]	0.4 ± 1.7	0.4 ± 0.3	0.3 ± 0.1	0.25
Distribution index	8 ± 209	8 ± 51	0.5 ± 0.4	3.0

CF Inversion zur WRF-Parameterabschätzung



Parameter	MRS (Brooks & Corey)	MRS (van Genuchten)	MRS (Kosugi)	Sample (van Genuchten)
Θ_S [%]	35.4 ± 0.2	35.5 ± 0.2	35.9 ± 0.2	35
h_0 [m]	0.20 ± 0.01	0.24 ± 0.02	0.22 ± 0.01	0.25
Distribution index	1.9 ± 0.1	3.1 ± 0.1	1.0 ± 0.0	3.0

Schlussfolgerungen

- Physikalisch plausible Berücksichtigung der kapillaren Aufstiegszone, abgeleitet aus WRF-Parametrisierung
- 2 verschiedene Ansätze:
 - 1) GW-Spiegel unbekannt:
 - h_0 festgelegt, z_s und Θ_s werden exakt bestimmt
 - Hydraulisch wirksame Parameter Θ_R und Distr. index fehlerhaft
 - 2) GW-Spiegel bekannt:
 - Θ_R festgelegt, h_0 und Distr. index werden exakt bestimmt
 - Abschätzung der relativen hydraulischen Leitfähigkeit möglich
 - h_0 als a priori Information kann nur bei den Modellen von Brooks-Corey und van-Genuchten-Modell berücksichtigt werden
- **Offene Fragen: systematische Unterschätzung des Wassergehaltes**